Correction
Epreuve commune de Mathématiques.
Collège de Saint-Cyr-Sur mer ; février 2013

Exercice 1 : 3 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.
Donner votre réponse dans la dernière colonne en écrivant la lettre correspondante.

	Question :	A	B	C	Réponse
1	Quelle est l'expression développée de l'expression : $(3x + 5)^2$?	$3x^2 + 25$	$9x^2 + 25$	$9x^2 + 30x + 25$	C
2	Quelle est l'expression factorisée de : $5x(x + 1) + 2(x + 1)$	$x(x + 1)$	$(x + 1)(5x + 2)$	$5x^2 + 7x + 2$	B
3	Quelle est l'écriture scientifique de : $567{,}89 \times 10^{-9}$	$567{,}89 \times 10^{-9}$	$5{,}6789 \times 10^{-11}$	$5{,}6789 \times 10^{-7}$	C
4	Soit la fonction : $f : x \mapsto 0{,}97\,x$ elle correspond à :	« Augmenter x de 3 % »	« Diminuer x de 3 % »	« Augmenter x de 97%»	B
5	Quel est la valeur de x pour la quelle : $2x - (8 + 3x) = 2$	10	-10	2	B
6	Quelles sont les solutions de : $(x - 4)(2x + 7) = 0$?	4 et $\frac{2}{7}$	4 et $\frac{7}{2}$	4 et $\frac{-7}{2}$	C

Exercice 2 : 4 points

On donne un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
- Ajouter 4 à ce produit.
- Écrire le résultat.

1. Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2, on obtient 0.
   Si l'on choisit -2 cela donne :
   $-2 \rightarrow -2+4 = 2 \rightarrow 2\times(-2)=-4 \rightarrow -4 + 4 = \boxed{0}$ On obtient donc bien 0

2. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5 en détaillant les calculs.
   Si l'on choisit 5 cela donne :
   $5 \rightarrow 5+4 = 9 \rightarrow 9\times 5=45 \rightarrow 45 + 4 = \boxed{49}$ On obtient donc 49

3. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est $\frac{2}{3}$ en détaillant les calculs.
   Si l'on choisit 2/3 cela donne :
   $2/3 \rightarrow 2/3 + 4 = 2/3 + 12/3 = 14/3 \rightarrow 14/3\times 2/3 = 28/9 \rightarrow 28/9 + 4 = 28/9 + 36/9 = \boxed{64/9}$
   On obtient donc $\boxed{64/9}$

4. On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quel nombre peut-on choisir au départ ? Justifier.

Pour répondre on peux mettre en équation ou faire le programme « à l'envers » mais l'on risque d'être « coincé », toujours est-il qu'il faut justifier, on réponds donc ainsi :

Si l'on choisit x cela donne :
$x \to x + 4 \to (x+4) \times x = x^2 + 4x \to x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$

Si l'on veut donc obtenir 1 il faut donc choisir x tel que $(x + 2)^2 = 1$ autrement dit que $(x + 2) = 1$ ou -1 (en effet 1 et -1 sont les deux seuls nombres dont le carré vaut 1 !).

Or $(x + 2) = 1$ revient à $x = -1$ et $(x + 2) = -1$ revient à $x = -3$

Conclusion : Pour obtenir 1 il faut donc choisir -1 ou -3 (vous pouvez le vérifier en déroulant le programme, mais c'est inutile de le faire sur la copie, on vient de le prouver).

Exercice 3: 7 points

ABC est un triangle tel que AB = 9 cm ; AC = 15 cm ; BC = 12 cm.

Exercice 3: 7 points ABC est un triangle tel que AB = 9 cm ; AC = 15 cm ; BC = 12 cm.

1. a) Démontrer que ABC est rectangle en B.

Le côté le plus long est AC je calcule
D'une part $AC^2 = 15^2 = 225$
D'autre part $AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$
Donc j'en déduis que : $AC^2 = AB^2 + BC^2$
Alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B.

2. b) Démontrer que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).

On a deux droites sécantes en A
D'une part les points A, E et B sont alignés dans le même ordre que
D'autre part les points A, F et C.

Comparons les rapports $\frac{AB}{AE}$ et $\frac{AC}{AF}$:

Je calcule d'une part : $\frac{AB}{AE} = \frac{9}{3} = 3$

D'autre part : $\frac{AC}{AF} = \frac{15}{5} = 3$

Je remarque que les rapports sont égaux , $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} = 3$

Alors d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

3. Calculer EF en justifiant.
Pour cela on a deux possibilités, le théorème de Pythagore ou celui de Thales, c'est celui que l'on va utiliser :
On a deux droites sécantes en A avec
Les points A, E et B qui sont alignés
Les points A, F et C qui sont alignés et
Les droites (EF) et (BC) qui sont parallèles
Alors d'après le théorème de Thalès on a

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

Calcul de EF :

$$EF = \frac{BC \times AF}{AC}$$

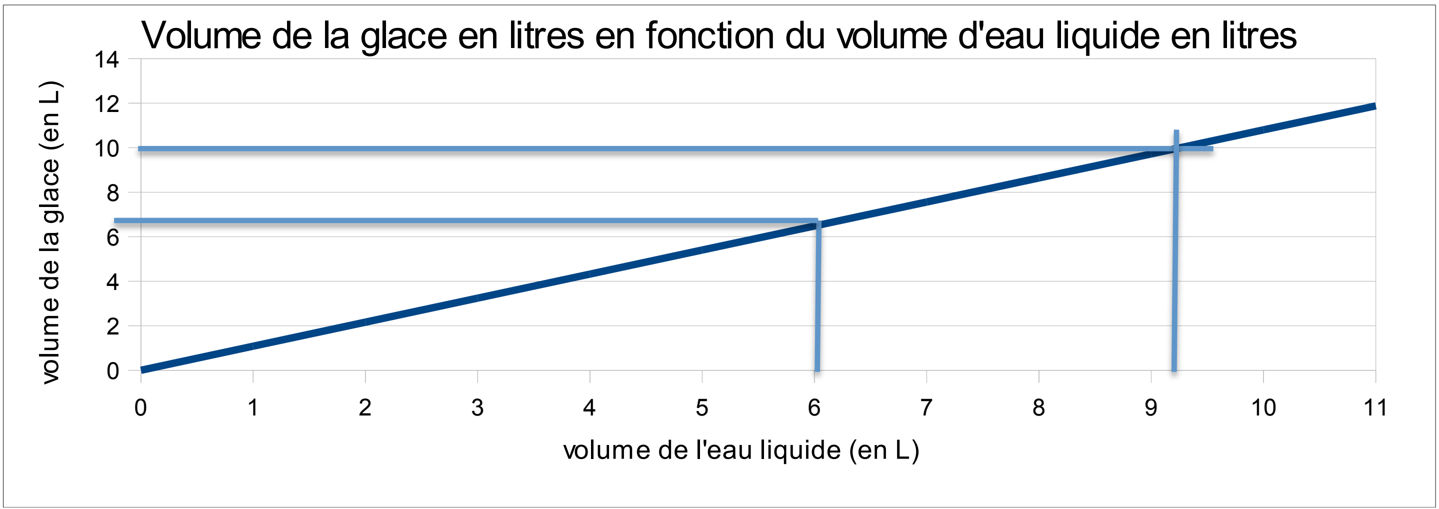
$$EF = \frac{12 \times 5}{15} = \frac{4 \times 3 \times 5}{3 \times 5} = 4cm$$

$$EF = \frac{BC \times AE}{AB}$$

$$EF = \frac{12 \times 3}{9} = \frac{4 \times 3 \times 3}{3 \times 3} = 4cm$$

Exercice 4 : 6 points

L'eau en gelant augmente de volume. Le segment de droite ci-dessous représente le volume de glace (en litres) obtenu à partir d'un volume d'eau liquide (en litres).



1.

a) Pour 6 L de liquide, le volume de glace obtenu est d'environ 6,5L

b) Pour obtenir 10 L de glace, il faut environ 9,3 L de liquide.

2. Le volume de glace est proportionnel au volume de liquide car la représentation graphique de cette situation est une droite passant par l'origine.

3. 10,8×100=108 et 108−100=8

donc le volume d'eau augmente de 8% en passant de l'état liquide à l'état solide.

4. On nomme f la fonction tracée ci-dessus. Sachant que : $f(x) = 1{,}08\,x$ *(répondre par des phrases)*.

a) La fonction f est une fonction linéaire de coefficient 1,08, ce qui correspond à une augmentation de 8%.

b) On peux répondre par lecture graphique, mais faisons le par le calcul.

Calculons : $f(3) = 1{,}08 \times 3 = 3{,}24$ donc l'image par la fonction f de 3 est 3,24.

c) On peut répondre par lecture graphique, mais faisons le par le calcul.

Calculons : 8 : 1,08 = 800/108 = 200/27 valeur exacte et 7,4 valeur approchée, on peut donc dire que :

l'antécédent par la fonction f de 8 est 200/27 soit environ 7,4