CORRECTION EPREUVE COMMUNE DE MATHEMATIQUES DE $3^{\text{ième}}$

COLLEGE DE SAINT-CYR-SUR-MER **FEVRIER 2011**

<u>Exercice 1:</u> *(4 points)*

$$A = \frac{5}{7} - \frac{15}{7} \times \frac{1}{6}$$

$$A = \frac{5}{7} - \frac{5 \times \cancel{3} \times 1}{7 \times 2 \times \cancel{3}}$$

$$A = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} - \frac{5}{14}$$

$$A = \frac{10 - 5}{14} \text{ donc } \boxed{A = \frac{5}{14}}$$

$$B = \frac{21 \times 10^{5} \times 6 \times 10^{-12}}{14 \times 10^{-4}}$$

$$B = \frac{21 \times 6}{14} \times 10^{5+(-12)-(-4)}$$

$$B = \frac{3 \times 7 \times 3 \times 2}{7 \times 2} \times 10^{7-12+4}$$

$B = 9 \times 10^{-1}$ écriture scientifique

$B = 0,9$ écriture décimale

<u>Exercice 2</u>: *(4 points)* On donne $G = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(5x - 2)$

1. Développer et réduire G.

$$G = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 + 2x \times 5x - 2x \times 2 + 3 \times 5x - 3 \times 2$$

$$G = 4x^2 + 12x + 9 + 10x^2 - 4x + 15x - 6$$

$$G = 14x^2 + 23x + 3$$

2. Factoriser G.

$$G = (2x + 3)\left[(2x + 3) + (5x - 2)\right]$$

$$G = (2x + 3)\left[2x + 3 + 5x - 2\right]$$

$$G = (2x + 3)(7x + 1)$$

3. Pour calculer G lorsque x *= -1 reprenons l'expression de G obtenu au 2*

G = (2x(-1)+3)(7x(-1)+1) = (-2+3)(-7+1) = 1 x (-6) donc si x =-1 alors $\boxed{G = -6}$

(On a utilisé l'expression factorisée, celle du 2., on pouvait prendre aussi celle du 1., mais pas celle de départ !!)

<u>Exercice 3:</u> *(4 points)*

1. Le tableau ci-dessous des effectifs et des effectifs cumulés

nombre de tours	310	320	330	340	350	360
effectifs	4	4	5	7	3	2
Effectifs cumulés croissants	4	8	13	20	23	25

2. L'effectif total étant impair 25:2=12,5 la médiane Me est la $13^{\text{ième}}$ valeur de cette série, donc $\boxed{\text{Me = 330 tours}}$ et l'étendue E de cette série étant la différence entre la plus grande et la plus petite valeur on a E = 360-310 = $\boxed{\text{50 tours}}$.

3. La moyenne m de cette série est donnée par le calcul :

$$m = \frac{310 \times 4 + 320 \times 4 + 330 \times 5 + 340 \times 7 + 350 \times 3 + 360 \times 2}{25} = \frac{8320}{25} = 332,8$$

<u>Exercice 4:</u> *(3 points)* Un commerçant baisse les prix de tous ses articles de 35%.

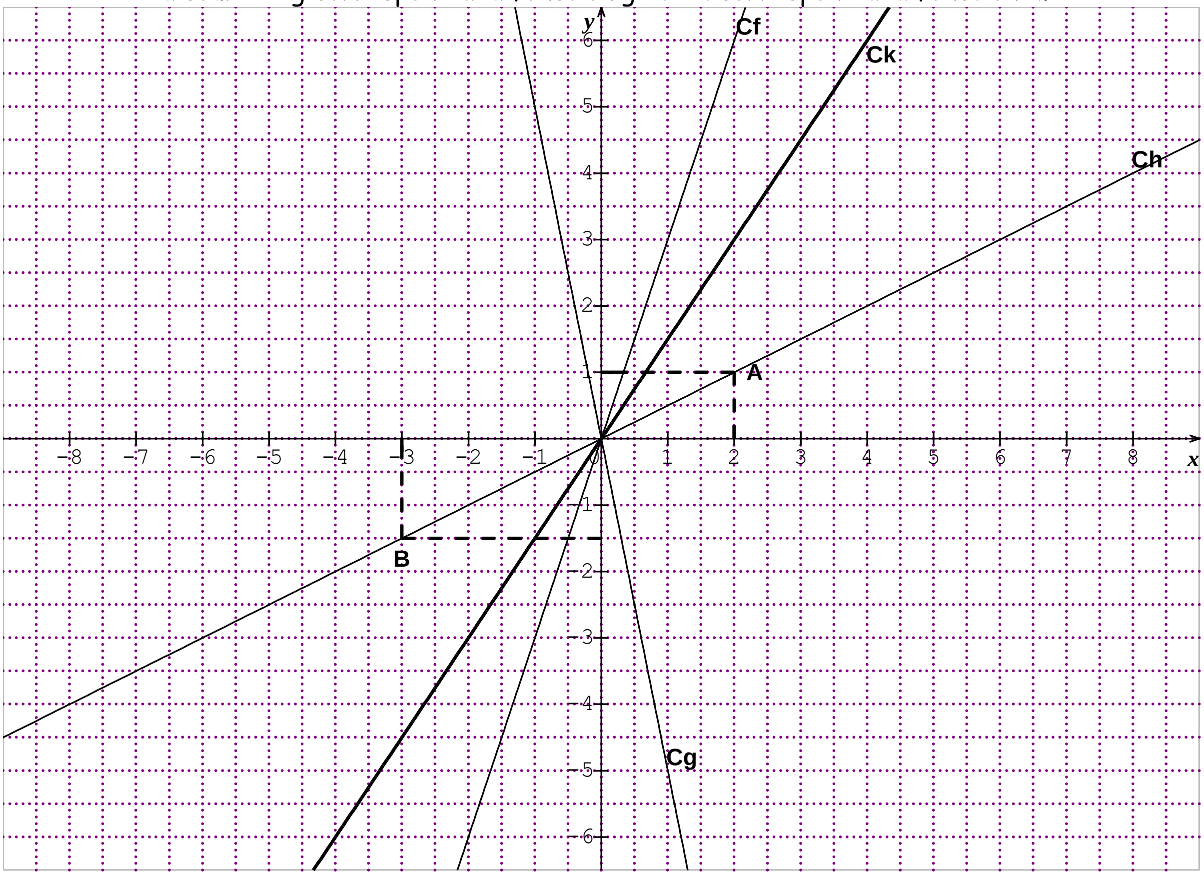
1. On doit multiplier le prix de départ par : $1 - \frac{35}{100} = 1 - 0,35 = 0,65$ pour obtenir le prix soldé

On a donc $\boxed{y = 0,65\,x}$

2. Le VTT coûtera après réduction, d'après 1 *(x = 360)* : 360 x 0,65 = 234 $\boxed{\text{soit 234€}}$

3. Le casque coûtait avant les soldes : 26 : 0,65 = 40 $\boxed{\text{soit 40 €}}$

Exercice 5 : *(5 points)* Sur la figure ci-dessous, la courbe Cf correspond à la fonction f, la courbe Cg correspond à la fonction g et Ch correspond à la fonction h.



1. Représenter dans le repère précédent la fonction linéaire suivante: *k (x) = 1,5 x* : voir graphique ci-dessus

2. Pour chaque question, cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s). <u>Aucune justification n'est demandée</u>.

Questions	Réponses			
	A	B	C	D
1) L'expression de la fonction f ou g est :	$f : x \longmapsto -3x$ ☐	$f : x \longmapsto 3x$ X	$g : x \longmapsto 3x$ ☐	$g : x \longmapsto -5x$ X
2) D'après le graphique on peut dire que :	h(2)=1 X	h(1)=2 ☐	h(-3)=3/2 X	h(0)=f(0) X
3) Soit la fonction : $m : x \mapsto 0,97\ x$ elle correspond à :	« Prendre 3 % de x » ☐	« Diminuer x de 3 % » X	« Multiplier x par 0,97» X	« Prendre 97 % de x » X

I Activité géométrique *(20 points)*

Exercice 1: *(2,5 points)*

Le triangle ABC est rectangle en B alors d'après le Théorème de Pythagore on a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

C'est-à-dire : $3,2^2 = 3,05^2 + BC^2$ d'où $BC^2 = 10,24 - 9,3025 = 0,9375$ d'où $BC \approx 0,968245836$

Paul devra placer l'échelle à 97 cm (arrondi au cm prés) du pied du mur.

Exercice 2: *(3,5 points)* Le rayon $r = 6 :2 = 3cm$ et la hauteur $h = 10\ cm.$

1) Le volume d'une coupe de champagne est de : $\dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \dfrac{\pi \times 3^2 \times 10}{3} = 30\pi\ cm^3$; soit environ 94 cm^3.
2) Le traiteur a servi 200 flûtes soit environ : $94 \times 200 = 18\ 800$ cm^3
   Une bouteille de champagne contient : 75 cL = 750 cm^3 D'où 18 800 : 750 ≈ 25,066
   Il a débouché 26 bouteilles de champagne.

Exercice 3: *(4 points)*

1) Les points S,R et I d'une part, sont alignés dans le même ordre que les points T,P et I, d'autre part.

   On va comparer les rapports $\frac{IR}{IS}$ et $\frac{IP}{IT}$:

   Je calcule, d'une part : $\frac{IR}{IS} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{10}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}\, ou\ 0{,}\mathbf{8}$

   Je calcule, d'autre part : $\frac{IP}{IT} = \frac{4{,}\mathbf{8}}{\mathbf{6}} = \frac{6 \times \mathbf{8}}{6 \times \mathbf{10}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}\, ou\ 0{,}\mathbf{8}$

   J'en déduis que les rapports sont égaux alors d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (RP) et (ST) sont parallèles.

2) On a deux droites sécantes en I avec les droites (RP) et (ST) qui sont parallèles ;

R est un point de (SI) et P est un point de (TI), alors d'après le théorème de Thalès on a :

$\frac{IR}{IS} = \frac{IP}{IT} = \frac{RP}{ST}$ d'où pour le calcul de ST : $\frac{8}{10} = \frac{10}{ST}$ donc on a $ST = \frac{10 \times 10}{8} = 12{,}5cm$

3) Les points R,I et N d'une part, sont alignés dans le même ordre que les points P,I et M, d'autre part.

   On va comparer les rapports $\frac{IM}{IP}$ et $\frac{IN}{IR}$:

   Je calcule, d'une part : $\frac{IM}{IP} = \frac{4}{4{,}8} = \frac{4 \times 10}{4 \times 12} = \frac{5}{6} = \frac{20}{24}$

   Je calcule, d'autre part : $\frac{IN}{IR} = \frac{6}{8} = \frac{6 \times 3}{8 \times 3} = \frac{18}{24}$

   J'en déduis que les rapports ne sont pas égaux alors d'après la (contraposée) du théorème de Thalès les droites (RP) et (ST) ne sont pas parallèles.

Exercice 4: *(points)*

1.a) Le triangle EFG est rectangle en F alors d'après le Théorème de Pythagore on a : $GE^2 = FE^2 + FG^2$

C'est-à-dire : $GE^2 = 5^2 + 5^2 = 50$ d'où $GE = \sqrt{50}cm$ est la valeur exacte soit arrondie au mm $\approx 71mm$.

1 .c) L'aire du triangle EFG rectangle en F : $A_{EFG} = \frac{EF \times FG}{2} = \frac{5 \times 5}{2} = 12{,}5cm^2$

1.d) Le volume de la pyramide BEFG est de : $V_{BEFG} = \frac{1}{3} \times BF \times A_{EFG} = \frac{1}{3} \times 6 \times 12{,}5 = 25cm^3$.

2.a) Le rapport de réduction est : $k = \frac{BM}{BF} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

2.b) Le volume de la petite pyramide BLMN est de :

$V_{BLMN} = k^3 \times V_{BEFG} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times 25 = \frac{25}{27}cm^3$ soit la valeur exacte

et la valeur arrondie au mm^3 est de : $926\,mm^3$.