DIPLOME NATIONAL DU BREVET

SESSION BLANCHE JANVIER 2014

COLLEGE ROMAIN BLACHE

MATHEMATIQUES
SERIE COLLEGE

DUREE DE L'EPREUVE : 2 h 00

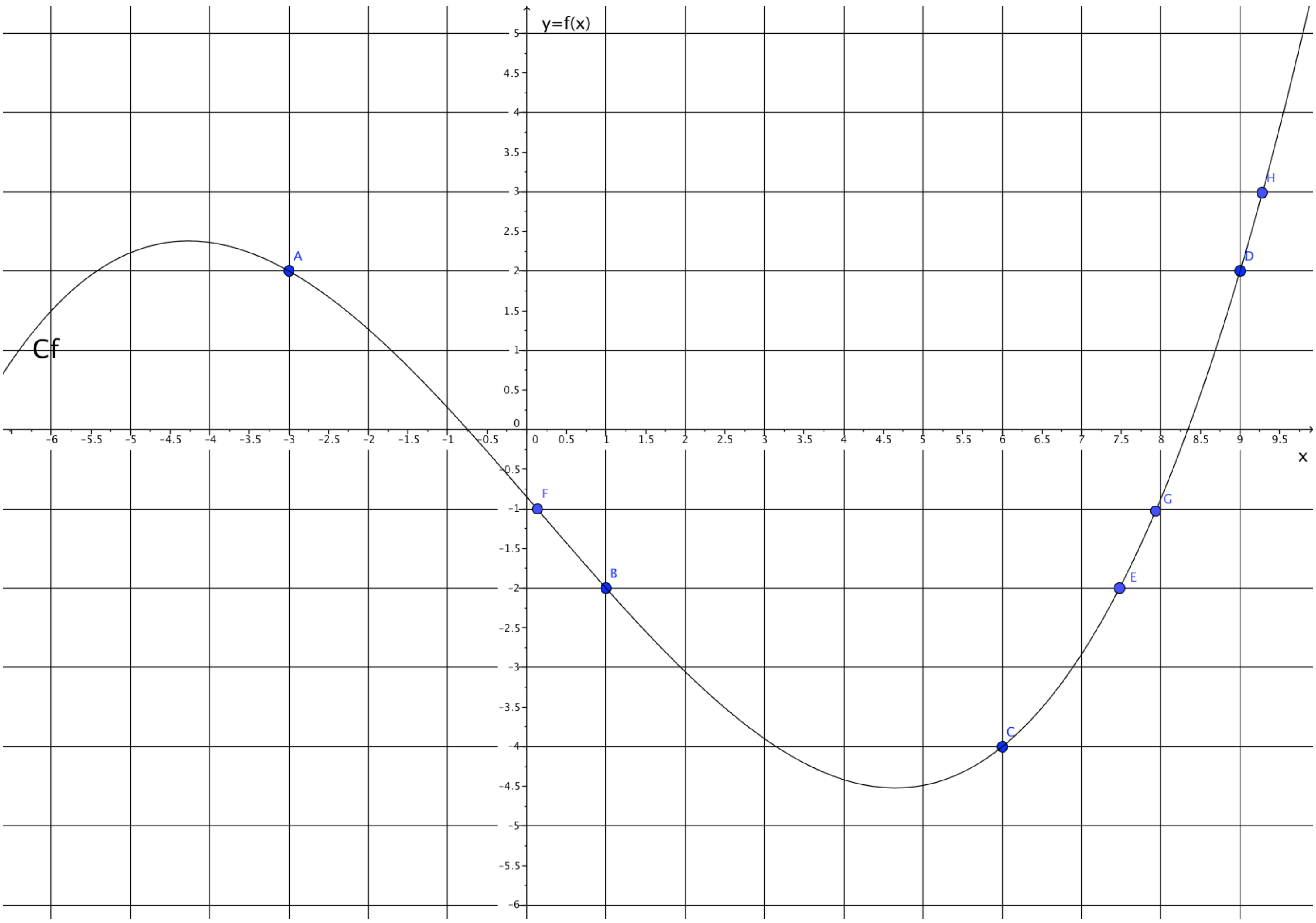
CORRECTION

Exercice 1 : **6 points**

En utilisant la courbe ci-contre, représentant la fonction f, répondre aux questions suivantes.
On fera apparaître sur le graphique les pointillés permettant de répondre aux questions et on répondra par une phrase complète sur sa copie.

1) Quelle est l'image de 6 par f ?
L'image de 6 par f est -4 (on utilise le point C)
2) Quelle est l'image de -3 par f ?
L'image de -3 par f est 2 (on utilise le point A)
3) Quelle est l'image de 1 par f ?
L'image de 1 par f est -2 (on utilise le point B)

S'ils existent :
4) Quels sont les antécédents de -2 par f ?
Les antécédents de -2 par f sont 1 et 7,5 environ (on utilise le point B et E)
5) Quels sont les antécédents de -1 par f ?
Les antécédents de -1 par f sont 0,25 environ et 7,9 environ (on utilise le point F et G)
6) Quels sont les antécédents de 3 par f ?
L'antécédent de 3 par f est 9,25 environ (on utilise le point H)



Exercice 2: 6 points

1. Calculer et donner le résultat sous la forme de fraction irréductible en détaillant les étapes de calcul:

$$A=\frac{5}{7}-\frac{15}{7}\times\frac{1}{6}$$

2. Donner l'écriture décimale puis l'écriture scientifique du nombre C en détaillant les étapes de calcul:

$$B=\frac{21\times10^{5}\times6\times10^{-12}}{14\times10^{-4}}$$

3. On donne le programme de calcul suivant:

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
- Ajouter 4 à ce produit.
- Ecrire le résultat.

a) Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2, on obtient 0.

b) Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.

c) Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est noté x, exprimer ainsi le résultat en fonction de x.

1.

$$A=\frac{5}{7}-\frac{15}{7}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{7}-\frac{15\times1}{7\times6}=\frac{5}{7}-\frac{3\times5}{7\times3\times2}=\frac{5}{7}-\frac{5}{7\times2}=\frac{5\times2}{7\times2}-\frac{5}{7\times2}=\frac{10}{14}-\frac{5}{14}=\frac{5}{14}$$

2.

$$B=\frac{21\times10^{5}\times6\times10^{-12}}{14\times10^{-4}}=\frac{21\times6\times10^{5}\times10^{-12}}{14\times10^{-4}}=\frac{7\times3\times3\times2\times10^{5-12}}{7\times2\times10^{-4}}=\frac{9\times10^{-7}}{10^{-4}}=9\times\frac{10^{-7}}{10^{-4}}=9\times10^{-7-(-4)}$$

$$B=9\times10^{-7+4}=9\times10^{-3}(E.S)=0{,}009(E.D)$$

3. Pour rédiger cette question on peut utiliser la notation des fonctions puisqu'il s'agit en fait d'une suite de fonction (composée de fonction)

a) Si l'on fait fonctionner avec -2 le programme de calcul, on obtient :

-2 $\to$ -2 + **4** = 2 $\to$ 2× **(-2)**=-4 $\to$ (-4) + **4** = 0 on obtient donc bien 0

b) Si l'on fait fonctionner avec 5 le programme de calcul, on obtient :

5 $\to$ 5+**4** = 9 $\to$ 9× **5**=45 $\to$ 45 + **4** = 49 on obtient alors 49

c) Si l'on fait fonctionner avec x le programme de calcul, on obtient :

$x \to x$ **+4** $\to (x$ **+4**$)\times$ $\boldsymbol{x}$ = x^2 **+ 4** $x \to x^2 + 4\,x$ **+ 4** on obtient alors $x^2 + 4\,x + 4$

Remarque : Puisque $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ (1ière I.R) on obtient toujours un carré qui correspond au (nombre de départ + 2) au carré. En effet -2+2 au carré donne 0, 5+2 au carré donne 49 !

Exercice 3: 6 points

En physique, la tension U aux bornes d'une « résistance » est proportionnelle à l'intensité I du courant qui la traverse, c'est-à-dire : U = R × I, où R (valeur de la résistance) est le coefficient de proportionnalité.

On rappelle que l'unité d'intensité est l'ampère et que l'unité de tension est le volt.

L'intensité I (en ampères)	0,02	0,03	0,04	0,08
Tension (en volts)	3	4,5	6	12

1) a) $\frac{3}{0,02} = 150$; $\frac{4,5}{0,03} = 150$; $\frac{6}{0,04} = 150$; $\frac{12}{0,08} = 150$

Tous les rapports sont égaux, donc le tableau est proportionnel.

b) Le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de l'intensité à la tension est 150

c) On utilise le coefficient de proportionnalité :

U = 150 × 0,07 = 10,5 V

2) Comme le tableau est proportionnel alors la fonction f est une fonction linéaire.

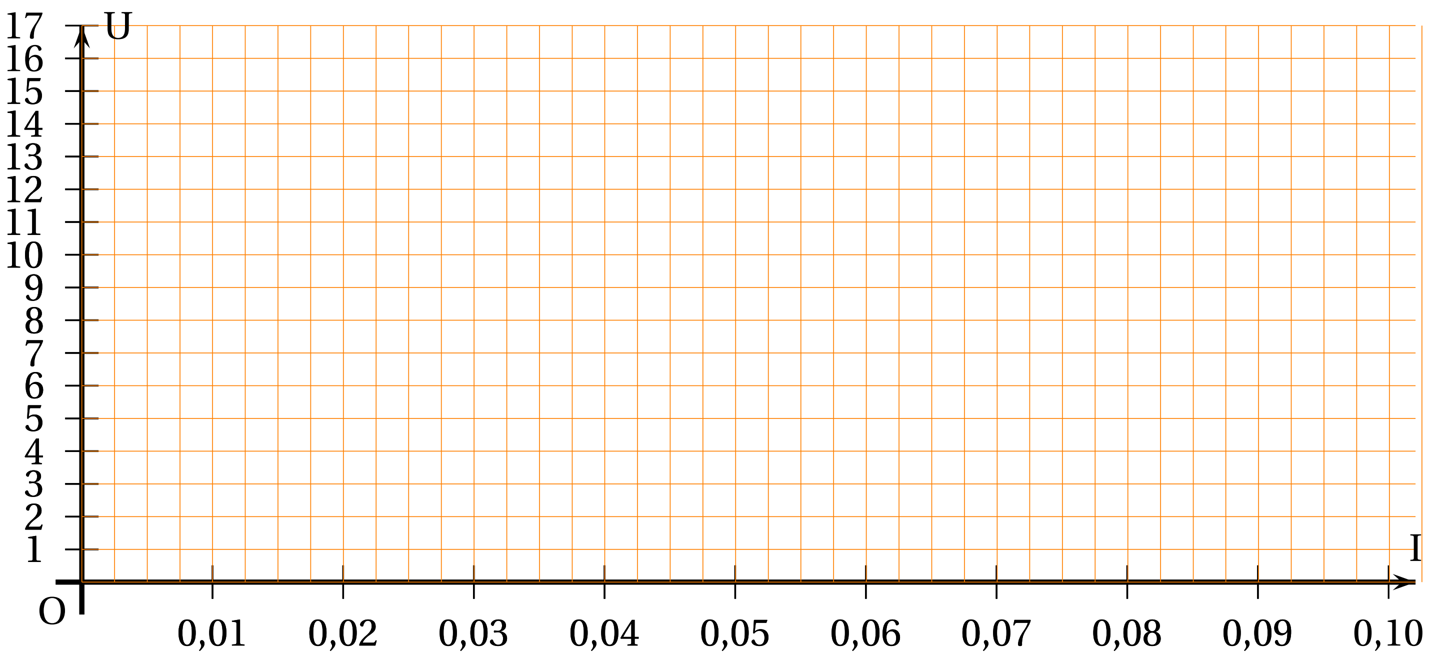
Donc $f(I)$ = 150 × I

4) a) On peut lire graphiquement que l'intensité est égale à 0,0675 environ

b) On cherche $f(I)$ = 10, c'est-à-dire 150 × I = 10

D'où I = $\frac{10}{150} = \frac{1}{15} (\approx 0,0667)\ A$

Représentation de la fonction f



Exercice 4: 6 points

Un professeur de SVT demande aux 29 élèves d'une classe de sixième de faire germer des graines de blé chez eux.
Le professeur donne un protocole expérimental à suivre :

- mettre en culture sur du coton dans une boîte placée dans une pièce éclairée, de température entre 20° et 25°C ;
- arroser une fois par jour ;
- il est possible de couvrir les graines avec un film transparent pour éviter l'évaporation de l'eau.

Le tableau ci-dessous donne les tailles des plantules (petites plantes) des 29 élèves à 10 jours après la mise en germination.

Taille en cm	0	8	12	14	16	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2

1. Combien de plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm ?

2. Donner l'étendue de cette série.

3. Calculer la moyenne de cette série. Arrondir au dixième près.

4. Déterminer la médiane de cette série et interpréter le résultat.

5. On considère qu'un élève a bien respecté le protocole si la taille de la plantule à 10 jours est supérieure ou égale à 14 cm.
Quel pourcentage des élèves de la classe a bien respecté le protocole ?

6. Le professeur a fait lui-même la même expérience en suivant le même protocole. Il a relevé la taille obtenue à 10 jours de germination.
Prouver que, si on ajoute la donnée du professeur à cette série, la médiane ne changera pas.

1. Les plantules qui mesurent 0, 8 ou 12 centimètres répondent à la question. Donc en effectif, il y a 1 + 2 + 2 = 5 plantules qui ont une taille d'au plus 12 cm.

2. La série s'étend de 0 cm à 22cm donc son étendue est 22–0= 22 cm.

3. La moyenne est :

$$\frac{0\times1+8\times2+12\times2+14\times4+16\times2+17\times2+18\times3+19\times3+20\times4+21\times4+22\times2}{1+2+2+4+2+2+3+3+4+4+2}=\frac{481}{29}\approx16,6$$

4. La médiane est la valeur qui sépare l'effectif en 2 parties égales. Ici nous avons un effectif impair de 29 plantules donc la médiane est la hauteur de la (29+1):2 = 15$^{\text{ième}}$ plantule lorsqu'elles sont classées par ordre croissant. Donc la 15$^{\text{ième}}$ plantule mesurant 18 centimètres, on a Me = 18 cm. La médiane de cette série étant 18 cm, la moitié des plantules mesurent moins de 18 cm et la moitié des plantules mesurent plus de 18 cm !

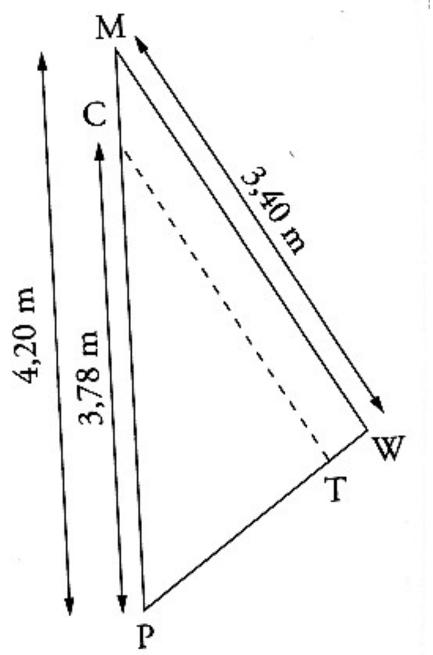
5. L'effectif des plantules dont la taille est supérieur ou égale à 14 cm est de 4+2+2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 2 = 24 sur 29 au total. Le pourcentage d'élèves ayant bien respecté le protocole est donc de :

$$\frac{24}{29}\times100\approx82{,}76\,\%$$

6. Avec l'expérience du professeur, l'effectif sera pair et de 30, la nouvelle médiane sera donc la moyenne de la hauteur de la 30 :2 =15$^{\text{ième}}$ (première valeur centrale) et de la 16$^{\text{ième}}$ plantule (deuxième valeur centrale). Que la plantule du professeur soit inférieure, supérieure ou égale à 18 cm, les 15$^{\text{ième}}$ et 16$^{\text{ième}}$ plantules appartiennent toujours au groupe des plantules de 18 cm donc la médiane ne change pas car se serra toujours : (18+18) :2 = 18 cm !

Exercice 5: 6 points

Un centre nautique souhaite effectuer une réparation sur une voile.
Le voile à la forme du triangle PMW ci-contre.



1) On souhaite faire une couture suivant le segment [CT]

a) Si (CT) est parallèle à (MW), quelle sera la longueur de cette couture ?

b) La quantité de fil nécessaire est le double de la longueur de la couture.

Est-ce que 7 mètres de fil suffiront ?

2) Une fois la couture terminée, on mesure : TP = 1,88 m et PW = 2,30 m.

La couture est-elle parallèle à (MW) ?

1) a) Je sais que :

- les droites (CM) et (WT) sont sécantes en P
- les droites (CT) et (MW) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{TP}{PW} = \frac{PC}{PM} = \frac{CT}{MW} \quad \text{soit} \quad \frac{TP}{PW} = \frac{3{,}78}{4{,}2} = \frac{CT}{3{,}4}$$

Donc $CT = \dfrac{3{,}78 \times 3{,}4}{4{,}2} = 3{,}06$ m

b) On a besoin du double de la longueur CT donc de 3,06 × 2 = 6,12 m de fil.
7 mètres de fil suffiront, puisque 7 > 6,12 !

2) Les droites (CM) et (WT) sont toujours sécantes en M. On calcule séparément :

$$\frac{TP}{PW} = \frac{1{,}88}{2{,}3} \approx 0{,}81$$

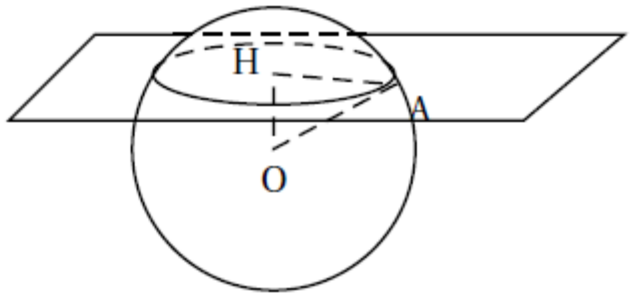
$$\frac{PC}{PM} = \frac{3{,}78}{4{,}2} = 0{,}9$$

Comme $\dfrac{AM}{AC} \neq \dfrac{AN}{AB}$, alors d'après la conséquence du théorème de Thalès, les droites (CT) et (MW) ne sont pas parallèles.
Les coutures ne sont donc pas parallèles.

Exercice 6: 6 points

On rappelle la formule du volume d'une boule qui est : $\dfrac{4 \times \pi \times R^3}{3}$

1. Calculer la valeur exacte puis arrondie au cm^3, du volume d'une boule de rayon R = 7 cm.
2. Cette boule permet-elle de contenir 1,5 litre d'eau ?
3. On réalise la section de la sphère de centre O et de rayon OA = 7 cm par un plan, représenté ci-contre. Quelle est la nature de cette section?



4. Calculer la valeur exacte du rayon HA de cette section sachant que OH = 4 cm.

5. Représenter en vraie grandeur sur vôtre copie le triangle OHA en laissant apparent les traits de constructions.

1. $V_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 7^3 = \frac{1372}{3}\pi(V.E) \approx 1437(V.A)$ cm^3

2. On sait que 1 litre = 1 dm^3 = 1 000 cm^3, donc 1,5 l = 1500 cm^3 > 1437, donc cette boule ne permet pas de contenir 1,5 litre.

3. La section de la sphère par le plan est le cercle de centre H et de rayon HA

4. Je sais que le triangle OHA est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$OA^2 = OH^2 + HA^2$

$7^2 = 4^2 + HA^2$

$HA^2 = 49 - 16$

$HA = \sqrt{33}$ cm (V.E)

5. Il est préférable de tracer le triangle OHA sans la longueur approchée de HA, mais en tenant compte de l'angle droit en H et des deux longueurs OH et OA, on obtient alors la figure ci-dessous.