DIPLOME NATIONAL DU BREVET

SESSION BLANCHE AVRIL 2014

COLLEGE ROMAIN BLACHE

MATHEMATIQUES
SERIE COLLEGE

DUREE DE L'EPREUVE : 2 h 00

CORRECTION

Exercice 1 : 6 points

- **Choix des inconnues**.
  Notons x le nombre de billets de 5 euros et y le nombre de billets de 10 euros.
- **Mise en équations**.
  - Arthur possède 21 billets, donc : $x + y = 21$;
  - Il a des billets de 5 et de 10 pour une somme totale de 125 euros donc :
    $5x + 10y = 125$.
    Les inconnues x et y vérifient donc le système :

$$\boxed{(S) : \begin{cases} x + y &= 21 &: (E_1) \\ 5x + 10y &= 125 &: (E_2) \end{cases}}$$

  - **Résolution du système par la méthode de combinaisons linéaires**.
    - En multipliant la première équation par 5 on obtient :
      $(S) : \begin{cases} 5x + 5y &= 105 &: 5 \times (E_1) \\ 5x + 10y &= 125 &: (E_2) \end{cases}$
    - En soustrayant les deux équations, on élimine les termes en x et il vient :
      $5 \times (E_1) - (E_2) : -5y = -20$, et donc $\boxed{y = \dfrac{-20}{-5} = 4}$.
    - Il reste à trouver x en remplaçant y par 4 dans (E_1) par exemple.
      $x + y = 21 : (E_1)$ et donc avec $y = 4$ on obtient :
      $x = 21 - y = 21 - 4$ soit $\boxed{x = 17}$.
  - **Conclusion**.
    Le couple solution du système est donc $\boxed{(x = 17 ; y = 4)}$.

    Arthur a donc **17 billets de 5 euros et 4 billets de 10 euros**.

Exercice 2 : 3,5 points

On dispose d'un carré de métal de 40 cm de côté. Pour fabriquer une boite parallélépipédique, on enlève à chaque coin un carré de côté x et on enlève les bords par pliage.

1. **Quelles sont les valeurs possibles de** x ?

   - x désigne une longueur, donc x est positif ;
   - En outre, sur chaque côté du carré de côté 40 cm , on enlève deux fois x, de ce fait $2x < 40$ soit $x < 20$.

   On a donc : $\boxed{0 < x < 20}$.

2. **On donne** $x = 5$ **cm. Calculer le volume de la boite**.
   La base de la boîte est un carré d'aire $30 \times 30 = 900$ cm^2 et la hauteur est de 5 cm.

   Le volume est donc : $\boxed{V = 5 \times 30 \times 30 = 4500 \text{ cm}^3}$.

3. Lecture graphique.
   a. **Pour quelle valeur de** x**, le volume de la boite est-il maximum** ?
   Graphiquement le volume est maximal pour $\boxed{x = 6,5}$.
   b. **On souhaite que le volume soit de 2 000 cm^3. Quelles sont les valeurs possibles de** x ?
   On trace la droite horizontale d'équation $y = 2000$. Cette droite coupe la courbe en 2 points d'abscisses 1,5 et 14.
   Les valeurs possibles de x sont donc $\boxed{1,5 \text{ et } 14}$.

Exercice 3 : 3,5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque ligne du tableau trois réponses sont proposées mais une seule est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et, sans justifier, recopier la réponse exacte. Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

1	Trois mille trente et trois centièmes s'écrit :	300 030,300	3 030,300	3 030,03
2	2080 + 10 + 10 est égal à :	3 000	2 100	3 100
3	$3x \times 2x$ est égal à :	$6x$	$5x^2$	$6x^2$
4	5×10^{-3} est égal à :	50^{-3}	-5000	0,005
5	Les solutions de l'équation $x(x+7)=0$ sont :	0 et -7	0 et 7	1 et -7
6	$\sqrt{16}+\sqrt{9}$ est égal à :	7	$\sqrt{4}+\sqrt{3}$	$\sqrt{25}$
7	Pierre va à vélo au collège, il part à 6 h 38. Son trajet dure 25 minutes. Les cours commencent à 7 h 05. Il arrivera :	À l'heure	En avance	En retard

Question 1 : Réponse : 3 030,03
Question 2 : Réponse : 2100
Question 3 : Réponse : $6x^2$
Question 4 : Réponse : 0,005
Question 5 : Réponse : 0 et -7
Question 6 : Réponse : 7
Question 7 : Réponse : En avance (c'est mieux !)

Exercice 4 : 4 points

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f et par une autre fonction g. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

C2		f x	= −5 ⋆ C1 + 7					
	A	B	C	D	R	F	G	H
1	x	−3	−2	−1	0	1	2	3
2	$f(x)$	22	17	12	7	2	−3	−8
3	$g(x)$	13	8	5	4	5	8	13
4								

1. L'image de -3 par f est $f(-3)=22$.
2. Dans la case C2 se trouve la formule = −5 ⋆ C1 + 7, ce qui signifie que la valeur de C2 est obtenue en multipliant le contenu de la case C1 par −5 et en ajoutant 7 au résultat.
   En « tirant sur la formule », on obtient pour la case L2 : = −5 ⋆ L1 + 7.
   L1 contient 7, donc L2 contient $-5\times 7+7=-28$
   Ainsi $f(7)=-28$.
3. $f(x)=-5x+7$.
4. On sait que $g(x)=x^2+4$. La formule saisie dans la cellule B3 et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules C3: H3 est=B1⋆ B1+4

Exercice 5:9 points

La figure ci-dessous représente un trapèze rectangle ABCD tel que :
AB = 12 cm ; CD = 9 cm ; BC = 5 cm
H est le pied de la hauteur issue de C.

1. Représenter sur votre copie la figure en vraie grandeur (en y reportant les longueurs).
2.
   a. Montrer (simplement) que HB = 3 cm.
   HB = AB - AH = 12 - 9 = 3 cm
   b. Calculer CH, puis montrer que AC = $\sqrt{97}$, en justifiant.
   Le triangle CHB est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore on a :
   $CB^2 = CH^2 + HB^2$
   $CH^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$
   $CH = \sqrt{16} = 4\ cm$

   Le triangle AHC est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore on a :
   $AC^2 = AH^2 + CH^2 = 9^2 + 4^2 = 81 + 16 = 97$
   $AC = \sqrt{97}\ cm$
   c. En déduire que le périmètre de ABCD est égal à 30 cm.
   P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 12 + 5 + 9 + 4 = 30 cm

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ au degré près.
   Le triangle BCH est rectangle en H, on a :
   $\cos \widehat{HBC} = \frac{BH}{BC} = \frac{3}{5}$
   $\widehat{ABC} = \widehat{HBC} = 53°$
4.
   a. La parallèle à (AC) passant par H coupe la droite (BC) en M. Compléter votre figure.
   b. Calculer les valeurs exactes de BM et HM, en utilisant le théorème de Thalès.
   Les droites (AC) et (HM) sont parallèles et les points B, H, A et B, M, C sont alignés dans le même ordre, d'après le théorème de Thalès on a :
   $\frac{BM}{BC} = \frac{BH}{BA} = \frac{HM}{AC}$ d'où $\frac{BM}{5} = \frac{3}{12} = \frac{HM}{\sqrt{97}}$
   Donc $BM = 3 \times 5 \div 12 = 1{,}25\ cm$ et $HM = \frac{3\times\sqrt{97}}{12} = \frac{\sqrt{97}}{4}\ cm$

5. (HM) est-elle perpendiculaire à (CB) ? Justifier votre réponse.

On calcule séparément :

$BH^2 = 3^2 = 9$

$HM^2 + MB^2 = \left(\frac{\sqrt{97}}{4}\right)^2 + 1{,}25^2 = 6{,}0625 + 1{,}5625 = 7{,}625$

Comme les résultats ne sont pas égaux, d'après le théorème de Pythagore le triangle BHM n'est pas rectangle et donc les droites (HM) et (CB) ne sont pas perpendiculaires.

Exercice 6: 4 points

1. Deux affirmations sont données ci-dessous.

   Affirmation 1 Fausse

   Pour tout nombre a non nul : $(2a+3)^2 = (2a)^2 + 2\times 2a \times 3 + 3^2 = 4a^2 + 12a + 9 \neq 4a^2 + 9$.

   Affirmation 2 Fausse

   Augmenter un prix de 20 % revient à le multiplier par 1,2.

   Effectuer une remise de 20 % sur ce nouveau prix revient à multiplier par 0,8.

   Ainsi le prix initial est multiplié par $1,2 \times 0,8 = 0,96$. Cela ne redonne pas le prix initial !

2. Deux égalités sont données ci-dessous.

   Égalité 1 : Vraie

$$\frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{\sqrt{16\times 2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

   Égalité 2 : Fausse

$$10^5 + 10^{-5} \neq 10^0;\ \text{mais } 10^5 \times 10^{-5} = 10^{5-5} = 10^0 = 1$$

Exercice 7: 6 points

1. $(3+5)^2 = 8^2 = 64 \qquad (-7+5)^2 = (-2)^2 = 4$

2. a) Je remarque que si x= 0 on a 5^2=25.

b) Un carré est toujours positif donc il est impossible d'obtenir -25.

3. a) la fonction f est définie par : $\boldsymbol{f(x) = (x+5)^2}$

b) $f(-2) = (-2+5)^2$=3^2=9 L'affirmation est vraie.

4. On va résoudre l'équation $(x+5)^2 = 25$;

25 étant strictement positif, on a deux solutions :

$$(x+5) = 5 \text{ ou } (x+5) = -5$$
$$x = 5-5 \text{ ou } x = -5-5.$$
$$x = 0 \text{ ou } x = -10$$

On peut donc choisir : 0 ou -10 pour obtenir 25.