

# Chapitre N2 Les puissances.

## I. Puissance d'un nombre relatif avec exposant positif.

### Définition

$a$  étant un nombre relatif,  
 $n$  un nombre entier positif ( $\neq 0$ )

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

- $n$  s'appelle l'exposant
- $a^n$  est une puissance de  $a$  et se lit «  $a$  exposant  $n$  » ou «  $a$  puissance  $n$  »

### Exemples :

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \text{ (il y a 5 facteurs 2) } \quad \text{ne pas confondre avec } 2 \times 5 = 10$$

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 27 \quad \text{l'exposant est pair donc le produit est positif}$$

$$-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -27 \quad \text{l'exposant s'applique uniquement au nombre 3}$$

Cas particuliers :  $a$  étant un nombre relatif, par convention

$a^1 = a$  un nombre sans exposant est toujours à la puissance 1

$a^0 = 1$  pour tout nombre  $a$  non nul ( $a \neq 0$ ),  $a^0 = 1$

$a^2$  se lit «  $a$  au carré »

$a^3$  se lit «  $a$  au cube »

Puissances de 10 : La définition est la même lorsque  $a=10$ .

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{1 \text{ 00} \dots \text{ 0}}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples :  $10^2 = 10 \times 10 = 100$  (il y a 2 zéros)

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10 \text{ 000} \text{ (il y a 4 zéros)}$$

$$10^{10} = 10 \times 10 \times \dots \times 10 \text{ (il y a 10 facteurs 10)}$$

$$= 10 \text{ 000 000 000} \text{ (il y a 10 zéros)}$$

$$10^6 \text{ c'est 1 million, } 10^9 \text{ c'est 1 milliard}$$

Comment multiplier un nombre par une puissance de 10 ?

Exemple :  $23,5275 \times 10^3 = 23 \text{ 527,5}$  On déplace la virgule vers la droite (ici de 3 rangs)

$$1,8 \times 10^4 = 18 \text{ 000,0} = 18 \text{ 000} \text{ (ici de 4 rangs)}$$

## II. Puissance d'un nombre relatif avec exposant négatif.

Définition :  $a$  étant un nombre relatif non nul  
 $n$  un nombre entier positif non nul  $\neq 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a^{-n} \text{ est l'inverse de } a^n$$

Exemples :  $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$  ;  $(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = -\frac{1}{125}$  ;  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$

Cas particulier :  $a^{-1} = \frac{1}{a}$  ;  $4^{-1} = \frac{1}{4}$  c'est l'inverse de 4 comme  $a^{-1}$  est l'inverse de  $a$

Puissances négatives de 10

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,00 \dots 01$$

avec  $n$  chiffres après la virgule

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ (un dixième)}; \quad 10^{-2} = \frac{1}{(10)^2} = 0,01 \text{ (un centième)}$$

$$10^{-3} = \frac{1}{(10)^3} = \frac{1}{1000} = 0,001 \text{ il y a 3 chiffres après la virgule, le dernier est 1. (un millième)}$$

$$10^{-6} = \frac{1}{(10)^6} = 0,000 \text{ 001 il y a 6 chiffres après la virgule, le dernier est 1 (1 millionième)}$$

Comment multiplier un nombre par une puissance négative de 10 ?

Exemples :  $123,5 \times 10^{-2} = 1,235$  On déplace la virgule vers la gauche (ici de 2 rangs)

$5,37 \times 10^{-3} = 0,00537$  (ici de 3 rangs)

### III. Écriture scientifique d'un nombre décimal

Un nombre décimal peut s'écrire de différentes façons sous la forme  $a \times 10^n$

Exemples :  $23\,500 = 235 \times 10^2 = 23,5 \times 10^3 = 2,35 \times 10^4$  est l'écriture scientifique

$0,0087 = 87 \times 10^{-4} = 8,7 \times 10^{-3}$  est l'écriture scientifique.

$-1995 = -199,5 \times 10 = -19,95 \times 10^2 = -1,995 \times 10^3$  est l'écriture scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est de la forme  $a \times 10^n$ ,

le nombre  $a$  ayant un seul chiffre avant la virgule ( $\neq 0$ ) et  $n$  étant un nombre entier relatif.

Quelques préfixes :

$10^{12}$	$10^9$	$10^6$	$10^3$	$10^2$	10	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$
Téra	Giga	Méga	kilo	hecto	déca	déci	centi	milli	micro	nano	pico
T	G	M	k	h	da	d	c	m	$\mu$ (mu)	$\eta$ (nu)	p

### IV. Calculs avec les puissances.

Règles de priorité : En l'absence de parenthèses, on calcule dans l'ordre

1° les puissances

2° les produits et quotients

3° les sommes et différences

Exemple

$$\begin{aligned} &7 - 4 \times 5^2 \\ &= 7 - 4 \times 25 \\ &= 7 - 100 \\ &= -93 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &7 - 5^2 \times (19 - 3 \times 7)^3 \quad \text{les calculs entre parenthèses sont prioritaires} \\ &= 7 - 5^2 \times (19 - 21)^3 \\ &= 7 - 5^2 \times (-2)^3 \quad \text{les puissances} \\ &= 7 - 25 \times (-8) \quad \text{le produit} \\ &= 7 - (-200) = 7 + 200 = 207 \end{aligned}$$

Problèmes:

1) (d'après Brevet) On donne l'expression  $E = \frac{8 \times 10^{-4} \times 6 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-3}}$

Calculer E et donner le résultat en écriture décimale,

Puis Donner l'écriture scientifique de E.

2) Une fourmi mesure en moyenne 2 mm de long.

Combien de fourmis devraient-elles se mettre en file indienne pour faire le tour de la terre ?

Réponse valeur approchée par défaut à 1 milliard près.

(la formule de la longueur d'un cercle est  $L = 2 \pi R$  on prendra 6400 km pour le rayon de la terre)

3) Une « année lumière » est la distance parcourue en un an par la lumière.

Calculer cette distance sachant que la lumière se propage à la vitesse de 300 000 km par seconde .

Donner la Réponse en écriture scientifique.