

CHAPITRE N4 Equation-Produit et Inéquation.

I. Résoudre une équation ou une équation produit.

Une équation est une égalité comportant une ou plusieurs lettres désignant des nombres inconnus.

Résoudre une équation à une inconnue c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie. Ce sont **les solutions de l'équation**.

L'égalité est conservée lorsque l'on additionne (ou on soustrait) un même nombre aux deux membres de l'égalité .

L'égalité est conservée lorsque l'on multiplie (ou divise) par un même nombre non nuls les deux membres de l'égalité.

Pour Résoudre une équation produit nul on écrit :

Un produit est nul signifie que l'un de ses facteurs est nul.

On résout alors les équations simples.

Exemple : Résous l'équation $(x + 3)(2x - 7) = 0$.

Un produit est nul signifie que l'un de ses facteurs est nul.

On en déduit que : $x + 3 = 0$ ou $2x - 7 = 0$
 donc $x = -3$ ou $x = 7/2 = 3,5$

On teste les valeurs trouvées.

Pour $x = -3$:

$$(x + 3)(x - 7) = (-3 + 3)(-3 - 7) = 0 \times (-10) = 0.$$

Pour $x = 3,5$:

$$(x + 3)(2x - 7) = (7 + 3)(7 - 2 \times 3,5) = 10 \times (7 - 7) = 10 \times 0 = 0.$$

On conclut : Les solutions de l'équation produit nul $(x + 3)(x - 7) = 0$ sont -3 et $3,5$.

Mettre un problème en équation

Étape n°1 : Choisir l'inconnue

Étape n°2 : Mettre en équation

Étape n°3 : Résoudre l'équation

Étape n°4 : Vérifier que les valeurs trouvées sont solutions du problème

Étape n°5 : Conclure

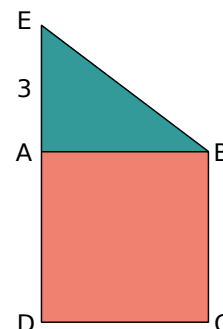
Exemple : Sur le schéma ci-contre,

$ABCD$ est un carré et ABE est un triangle rectangle en A tel que $AE = 3$ cm.

Tous les points sont distincts.

Quelle doit être la longueur du côté du carré $ABCD$

pour que son aire soit égale à l'aire du triangle rectangle ABE ?



Étape n°1 : Choisir l'inconnue

Soit x la mesure en cm du côté du carré ABCD.
Comme les points sont distincts alors $x > 0$.
Donc $AB = BC = CD = DA = x$.

On repère la grandeur inconnue parmi celles exprimées dans l'énoncé. On la note x .

Étape n°2 : Mettre en équation

$$A_{ABCD} = AB \times AD$$

$$A_{ABCD} = x \times x = x^2$$

$$A_{ABE} = AB \times AE \div 2$$

$$A_{ABE} = x \times 3 \div 2 = 1,5x$$

On exprime les informations données dans l'énoncé en fonction de x .

On veut que :

Aire du carré ABCD = Aire du triangle rectangle ABE.

Le nombre cherché vérifie donc l'équation :

$$x^2 = 1,5x.$$

La phrase de l'énoncé se traduit donc par l'égalité ci-contre.

Étape n°3 : Résoudre l'équation

Pour résoudre l'équation, on se ramène à une équation produit.

$$x^2 - 1,5x = 1,5x - 1,5x$$

$$x^2 - 1,5x = 0$$

$$x \times x - 1,5 \times x = 0$$

$$x(x - 1,5) = 0$$

On élimine les termes en x dans le membre de droite.

On factorise pour se ramener à une équation produit.

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.

$$x = 0$$

ou

$$x - 1,5 = 0$$

$$x = 0$$

ou

$$x = 1,5$$

On résout l'équation produit.

Étape n°4 : Vérifier que les valeurs trouvées sont solutions du problème

On teste les valeurs trouvées.

Pour $x = 0$: $x^2 = 0$ et $1,5x = 0$.

Pour $x = 1,5$: $x^2 = 1,5^2 = 2,25$

et $1,5x = 1,5 \times 1,5 = 2,25$.

Comme x est un nombre strictement positif, la solution 0 ne convient pas à ce problème

On vérifie que les valeurs trouvées répondent à la question.

Étape n°5 : Conclure

La solution du problème est donc 1,5 cm.

Conclusion.

II Inégalités.

- Une **inégalité** permet de comparer deux nombres
- On **ne change pas** le sens d'une inégalité en **additionnant** ou en **soustrayant** un même nombre à ses deux membres.
- On **ne change pas** le sens d'une inégalité en **multipliant** ou en **divisant** ses deux membres par un même nombre **strictement positif**.
- On **change** le sens d'une inégalité en **multipliant** ou en **divisant** ses deux membres par un même nombre **strictement négatif**.

III Inéquations.

Une **inéquation** est une inégalité comportant une ou des inconnues.
Une **solution d'une inéquation** est un nombre pour lequel l'inégalité est vraie.

Exemples : a. -2 est-il solution de $3x + 5 < -2x - 8$? b. $-2,6$ est-il solution de $3x + 5 < -2x - 8$?

IV Résoudre une inéquation.

Résoudre une inéquation, c'est trouver **tous les nombres** qui vérifient l'inégalité.

Exemple: Résous l'inéquation suivante d'inconnue x et Représenter les solutions sur une demi-droite graduée.

$$1^{\circ}) \quad 7x - 3 > 2x - 1.$$

$$\begin{array}{l} 7x - 3 - 2x > 2x - 1 - 2x \\ 5x - 3 > -1 \end{array}$$

→ On **soustrait 2x** à chaque membre et on réduit.

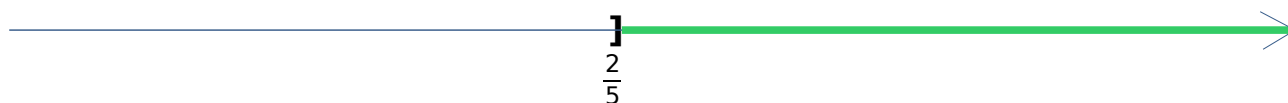
$$\begin{array}{l} 5x - 3 + 3 > -1 + 3 \\ 5x > 2 \end{array}$$

→ On **ajoute 3** à chaque membre et on réduit.

$$x > \frac{2}{5}$$

→ On **divise** chaque membre par **5** qui est strictement positif donc le sens de l'inégalité ne change pas.

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à $\frac{2}{5}$.



$$2^{\circ}) \quad -3x - 8 \leq x - 1.$$

$$-4x - 8 \leq -1$$

→ On **soustrait x** à chaque membre.

$$-4x \leq 7$$

→ On **ajoute 8** à chaque membre.

$$x \geq -\frac{7}{4}$$

→ On **divise** chaque membre par **-4** qui est strictement négatif donc on change le sens de l'inégalité.

Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à $-\frac{7}{4}$.

