

Chapitre N3 Calcul littéral.

I. Développer une Identité remarquable.

Propriété : Développer c'est transformer un produit en une somme en utilisant :

• Les Identités Remarquables:

Le carré d'une somme :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Le carré d'une différence :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Le produit d'une somme par sa différence :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

Exemple 1 : Développe et réduis l'expression $(x + 3)^2$.

On utilise l'identité $(a + b)^2$ avec $a = x$ et $b = 3$.

$$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

→

On remplace a par x et b par 3 dans
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

→

On réduit l'expression obtenue.

Exemple 2 : Développe et réduis l'expression $(3x - 5)^2$.

On utilise l'identité $(a - b)^2$ avec $a = 3x$ et $b = 5$.

$$(3x - 5)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

→

On remplace a par $3x$ et b par 5 dans
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Attention ! $a = 3x$ donc $a^2 = (3x)^2 = 3^2 \times x^2 = 9x^2$.

$$(3x - 5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$$

→

On réduit l'expression obtenue.

Exemple 3 : Développe et réduis l'expression $(7x + 2)(7x - 2)$.

On utilise l'expression $(a + b)(a - b)$ avec $a = 7x$ et $b = 2$.

$$(7x + 2)(7x - 2) = (7x)^2 - 2^2$$

→

On remplace a par $7x$ et b par 2 dans
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

$$(7x + 2)(7x - 2) = 49x^2 - 4$$

→

On réduit l'expression obtenue.

Exercices « À toi de jouer »

1 Développe et réduis les expressions suivantes.

$$A = (x + 6)^2$$

$$B = (x - y)^2$$

$$C = (3a + 1)^2$$

$$D = (6x - 5)^2$$

$$E = (z + 3)(z - 3)$$

$$F = (4x - 7y)(4x + 7y)$$

2 Calcule en utilisant les identités remarquables et sans calculatrice.

a. 101^2

b. 99^2

c. 101×99

3 Recopie puis complète les expressions suivantes.

$$A = (x + \dots)^2 = \dots + 2 \times \dots \times \dots + 25$$

$$B = (\dots - 9)^2 = 4x^2 - \dots \times \dots \times \dots + \dots$$

$$C = (3x + \dots)(\dots - \dots) = \dots - 64$$

$$D = (5x - \dots)^2 = \dots - \dots + 16$$

II. Factoriser une identité remarquable.

On reconnaît le développement d'une Identité Remarquable :

Le carré d'une somme :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Le carré d'une différence :

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Le produit d'une somme par sa différence :

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

Exemple 1 : Factorise l'expression $A = x^2 + 6x + 9$.

$$A = x^2 + 6x + 9$$

—> On observe trois termes précédés du signe +.

$$A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

—> On met en évidence l'identité remarquable $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ avec $a = x$ et $b = 3$.

$$A = (x + 3)^2$$

—> On remplace a par x et b par 3 dans $(a + b)^2$.

Exemple 2 : Factorise l'expression $B = 25x^2 - 20x + 4$.

$$B = 25x^2 - 20x + 4$$

—> On observe trois termes et des signes différents.

$$B = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2$$

—> On met en évidence l'identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ avec $a = 5x$ et $b = 2$.

$$B = (5x - 2)^2$$

—> On remplace a par $5x$ et b par 2 dans $(a - b)^2$.

Exemple 3 : Factorise l'expression $C = 64x^2 - 49$.

$$C = 64x^2 - 49$$

—> On observe la différence de deux carrés.

$$C = (8x)^2 - 7^2$$

—> On met en évidence l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ avec $a = 8x$ et $b = 7$.

$$C = (8x + 7)(8x - 7)$$

—> On remplace a par $8x$ et b par 7 dans $(a + b)(a - b)$.

Exercice « À toi de jouer »

Factorise les expressions suivantes en utilisant une identité remarquable.

$$D = 16x^2 + 24x + 9$$

$$E = 49x^2 - 70x + 25$$

$$F = x^2 - 81$$