Chapitre N1 : Arithmétique

I. Division Euclidienne et vocabulaire.

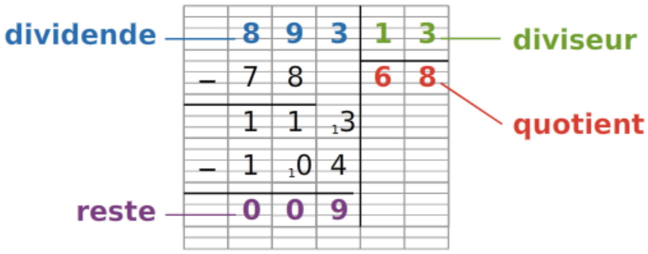
a	b
r	q

a est un entier naturel et b est un entier naturel non nul
Effectuer la division euclidienne de a par b,
c'est trouver deux entiers naturels q et r
*tels que : $a = b \times q + r$ **avec** $r < b$*
où q est le quotient (entier) et r le reste de la division euclidienne.

Règle Dans une division euclidienne, on a toujours :
dividende = (**diviseur** × **quotient**) + **reste** avec **reste** < **diviseur**.

Effectue la division euclidienne de 893 par 13.

Exemple 1 : Pose la division de 893 par 13.



893 = (**13** × **68**) + **9** avec **9** < **13**

Exemple 2 :
Un fleuriste a reçu 260 roses. Il prépare des corbeilles de 12 roses chacune. Combien de corbeilles peut-il préparer ?

▶ On cherche combien de fois il y a 12 dans 260 : **260** = **12** × **21** + **8** avec **8** < **12**.
Il pourra donc préparer **21** corbeilles de **12** roses mais il lui restera **8** roses.

Lorsque a est non nul : *Si le reste de la division euclidienne est nul alors :*
$a = b \times q$ où q est un nombre entier
*On dit alors que : **a est un multiple de b** (ou a est **divisible** par b)*
*(ou $a \div b = q$) ou **b est un diviseur de a** (ou **b divise a**).*

Un nombre premier est un nombre entier supérieur à 1 qui n'admet que deux diviseurs :
1 et lui même.

Liste des 25 nombres premiers inférieurs à 100 :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

II. Décomposition en facteurs premiers.

Tout nombre entier n supérieur ou égal à 2 peut s'écrire
sous la forme d'un produit de nombres premiers.
Cette décomposition en facteurs premiers est unique à l'ordre près.

Exemple : Décompose en produit de facteurs premiers le nombre 4680.

4 680 *est pair, donc divisible par* 2.
$4680 \div \mathbf{2} = 2340$; *nombre pair, divisible par* 2
$2340 \div \mathbf{2} = 1170$; *nombre pair, divisible par* 2
$1170 \div \mathbf{2} = 585$; *fini par 5, divisible par* 5
$585 \div \mathbf{5} = 117$; $1 + 1 + 7 = 9$, *divisible par* 3
$117 \div \mathbf{3} = 39$; $3 + 9 = 12$, *divisible par* 3
$39 \div \mathbf{3} = \mathbf{13}$; *nombre premier*

La décomposition de 4 680 *est donc :*
$4\,680 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 13$

Une fraction est irréductible
quand son numérateur et son dénominateur admettent pour seul diviseur commun 1.

La fraction $\frac{45}{91}$ Est-elle irréductible ?

Oui cette fraction est irréductible, car 45 et 91 ont un seul diviseur commun qui est 1 on dit qu'ils sont premiers entre eux.

Décomposer en facteurs premiers 426 et 568. Donner la fraction irréductible égale à $\frac{426}{568}$

$$\frac{426}{568}=\frac{2\times3\times71}{2\times2\times2\times71}=\frac{3}{4}$$

Rends les fractions $\frac{75}{105}$; $\frac{396}{360}$ et $\frac{136}{782}$ irréductibles.

$A = \frac{75}{105}$

$A = \frac{75\div5}{105\div5}$

$A = \frac{15}{21}$

$A = \frac{3\times5}{3\times7}$

$\boxed{A = \frac{5}{7}}$

$B = \frac{396}{360}$

$B = \frac{4\times99}{4\times90}$

$B = \frac{9\times11}{9\times10}$

$\boxed{B = \frac{11}{10}}$

$C= \frac{136}{782}$

$C = \frac{2^3\times17}{2\times17\times23}$

$C = \frac{2^2}{23}$

$\boxed{C = \frac{4}{23}}$

Les critères de divisibilités

permettent de savoir si un nombre entier est divisible par 2 ; 5 ; 10 ou 3 ; 9 .

- Un nombre entier est divisible par <u>2</u> si le chiffre de ses unités est : 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 .
- Un nombre entier est divisible par <u>5</u> si le chiffre des unités est : 0 ou 5 .
- Un nombre entier est divisible par <u>10</u> si le chiffre des unités est : 0.
- Un nombre entier est divisible par <u>3</u>
  si la somme des chiffres qui le composent est un multiple de 3
- Un nombre entier est divisible par <u>9</u>
  si la somme des chiffres qui le composent est un multiple de 9
- Un nombre entier est divisible par <u>4</u>

si le nombre formé par les deux derniers chiffres (dizaines et unités) est un multiple de 4.

Règles avec les fractions

Pour **additionner (ou soustraire)** des nombres en écriture fractionnaire **ayant le même dénominateur**: on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun. Si les fractions n'ont pas le même dénominateur il faut tout d'abord les réduire au même dénominateur.	Pour tous nombres a, b et c où b est non nul : $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$.

Pour **multiplier des nombres en écriture fractionnaire**: on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.	Pour tous nombres a, b, c et d où b et d sont non nuls : $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$.

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre. L'inverse d'un nombre non nul n est $\frac{1}{n}$.	.Pour tous nombres a, b, c et d où b, c et d sont non nuls $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$ ou $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$