Chapitre G2 Le théorème de Thalès et sa réciproque.

I. Le produit en croix.

Si deux fractions sont égales alors les produits en croix sont égaux :

Les lettres *a ; b ; c et m* représentent quatre nombres non nuls , Si on a $\frac{a}{b}=\frac{c}{m}$ alors on a $a\times m=b\times c$

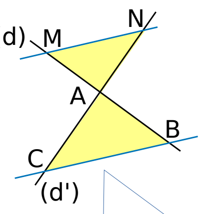
Exemple : *Calculer les nombres manquants dans chacune des égalités suivantes :*

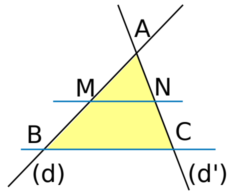
$$\frac{a}{14}=\frac{9}{21}\ ;\qquad \frac{3{,}8}{b}=\frac{2{,}5}{4{,}2}\ ;\qquad \frac{15{,}3}{0{,}4}=\frac{c}{2}\ ;\qquad \frac{125}{400}=\frac{25}{m}$$

II. Le théorème de Thalès pour calculer une longueur.

On utilise le théorème de Thalès pour calculer une distance lorsque l'on a deux droites sécantes et deux droites parallèles.

Si **Les deux droites** (MB) et (NC) **sont sécantes en un point A,**





et *Si* **les droites** (BC) et (MN) **sont parallèles**

alors d'après le Théorème de Thalès on a : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

configuration « en papillon »

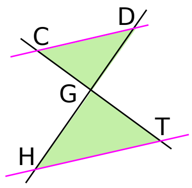
Remarques : Aux numérateurs nous avons les points du triangle AMN et au dénominateur les côtés correspondant du triangle ABC.

Le premier rapport $\frac{AM}{AB}$ comporte les points de la droite (d),

tandis que le second rapport $\frac{AN}{AC}$ comporte les points de (d').

Exemple : *Sur la figure ci-contre, les droites (CD) et (HT) sont parallèles.*
On donne DG = 25 mm ; GH = 45 mm ; CG = 20 mm et HT = 27 mm.

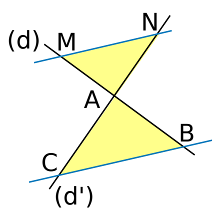
Calcule GT et CD.



III. La réciproque du théorème de Thalès.

On utilise la réciproque du théorème de Thalès pour démontrer que l'on a deux droites parallèles.

Le décor : Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A.
C et N sont deux points de (d') distincts de A.

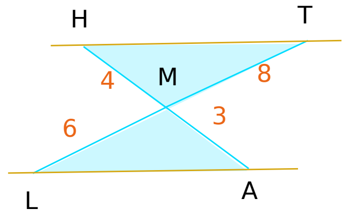


Si **les points A, M et B sont alignés dans le même ordre que les points A, N et C,**

et si **on vérifie l'égalité** $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$

alors d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exemple :



Les droites (LA) et (HT) sont-elles parallèles ?

D'une part, $\frac{MH}{MA} = \frac{4}{3}$.

D'autre part, $\frac{MT}{ML} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

On constate que $\frac{MH}{MA} = \frac{MT}{ML}$.

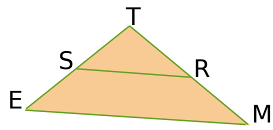
De plus, les points A, M, H sont alignés dans le même ordre
que les points L, M, T .

Alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AL) et (HT) sont parallèles.

Attention, il ne faut pas utiliser les valeurs approchées pour affirmer que deux quotients sont égaux.

il ne suffit pas de vérifier l'égalité des rapports :
il faut aussi s'assurer que les points sont bien placés dans le même ordre.

Contre Exemple : *Sur la figure ci-contre, TR = 11 cm ; TS = 8 cm ; TM = 15 cm et TE = 10 cm.*
Montre que les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.



Les droites (ES) et (MR) sont sécantes en T.

D'une part, $\frac{TR}{TM} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30}$.

D'autre part, $\frac{TS}{TE} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}$.

On constate que $\frac{TR}{TM} \neq \frac{TS}{TE}$.

Or, si les droites (RS) et (ME) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, il y aurait égalité.

Conclusion : d'aprés la contraposée du Théorème de Thalés les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.